

7. Präsenzübung zur Theoretischen Physik für Lehramt, WS 2010/11

(zu bearbeiten am Dienstag, 07.12.2010)

Aufgabe P12 *Wellenfunktion auf einem endlichen Intervall*

Betrachten Sie die Wellenfunktion

$$\langle x|\psi\rangle = \sqrt{\frac{5}{2}}x^2$$

auf dem Intervall $[-1, 1]$. Berechnen Sie die Komponenten des zugehörigen Zustandes $|\psi\rangle$ in der diskreten Basis $\{|n\rangle, n = 0, 1, 2, \dots\}$ von in $L_2([-1, 1])$ orthonormierten Polynomen (n sei der Grad des Polynoms).

Hinweis: Diese Polynome haben die Funktionswerte

$$\langle x|n\rangle = \sqrt{\frac{2n+1}{2}} \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n \quad \Rightarrow$$

$$\langle x|0\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}, \quad \langle x|1\rangle = \sqrt{\frac{3}{2}}x, \quad \langle x|2\rangle = \sqrt{\frac{5}{2}}\frac{1}{2}(3x^2 - 1), \quad \langle x|3\rangle = \sqrt{\frac{7}{2}}\frac{1}{2}(5x^3 - 3x), \quad \dots$$